Тригонометрические уравнения и неравенста

Устная разминка

Вычисли и запиши в столбик ответы в тетради:

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$
4. $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
5. $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$
6. arccos (-1)
7. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Проверь ответы:

$\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{6}$

π

$\frac{5\pi}{6}$

формулы для решения тригонометрических уравнений:

1. $\cos x = a,\ a \in [-1,1]$

$x = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$

2. $\cos x = -a,\ a \in [-1,1]$

$x = \pm (\pi - \arccos a) + 2\pi k,\ k \in Z$

3. $\sin x = a,\ a \in [-1,1]$

$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$

4. $\sin x = -a,\ a \in [-1,1]$

$x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$

5. $\mathrm{tg}\, x = a$

$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in Z$

6. $\mathrm{tg}\, x = -a$

$x = -\mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in Z$

7. $\mathrm{ctg}\, x = a$

$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi k,\ k \in Z$

8. $\mathrm{ctg}\, x = -a$

$x = (\pi - \mathrm{arcctg}\, a) + \pi k,\ k \in Z$

Реши уравнения базового уровня

1) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$

2) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $2\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1$

4) $tg^2x - 6tgx + 5 = 0$

5) $(2\sin x - 1)(\cos x - 1) = 0$

<u>Проверь ответы:</u>

1) $x = \pm\pi/6 + 2\pi k.$

2) $x = (-1)^n \cdot (-\pi/6) + \pi n/2.$

3) $x = \frac{11\pi}{12} + 2\pi k,\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k.$

4) $x = \pi/4 + \pi k,\ x = arctg5 + \pi k.$

5) $x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi n,\ x = 2\pi k.$

Частные случаи

$\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \; k \in Z$

$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \; k \in Z$

$\sin x = 0, \quad x = \pi k, \; k \in Z$

$\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \; k \in Z$

$\cos x = 1, \quad x = 2\pi k, \; k \in Z$

$\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi k, \; k \in Z$

$\boldsymbol{tgx = 0}, \quad x = \pi k, \; k \in Z$

$\boldsymbol{tgx = 1}, \quad \mathbf{x} = \frac{\pi}{4} + \pi k, \; k \in Z$

$\boldsymbol{tgx = -1}, \quad \mathbf{x} = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \; k \in Z$

$c\boldsymbol{tgx = 0}, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \; k \in Z$

$c\boldsymbol{tgx = 1}, \quad \mathbf{x} = \frac{\pi}{4} + \pi k, \; k \in Z$

$\boldsymbol{ctgx = -1}, \quad \mathbf{x} = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \; k \in Z$

Тригонометрические неравенства

$\sin x < \alpha$

$-1 < \alpha \leq 1$, $\quad -\pi - \arcsin\alpha + 2\pi k < x < \arcsin\alpha + 2\pi k,\ k \in Z$

$\alpha > 1$, $\quad x \in R$

$\alpha \leq -1$ $\quad \emptyset$

$\sin x > \alpha$

$-1 < \alpha \leq 1$ $\quad \arcsin\alpha + 2\pi k < x < \pi - \arcsin\alpha + 2\pi k,\ k \in Z$

$\alpha < -1$ $\quad x \in R$

$\alpha \geq 1$ $\quad \emptyset$

$\cos x < \alpha$

$-1 < \alpha \leq 1$, $\quad \arccos\alpha + 2\pi k < x < 2\pi - \arccos\alpha + 2\pi k,\ k \in Z$

$\alpha > 1$, $\quad x \in R$

$\alpha \leq -1$ $\quad \emptyset$

$\cos x > \alpha$

$-1 < \alpha \leq 1$, $\quad -\arccos\alpha + 2\pi k < x < \arccos\alpha + 2\pi k,\ k \in Z$

$\alpha < -1$, $\quad x \in R$

$\alpha \geq 1$ $\quad \emptyset$

$\boldsymbol{tgx} < \alpha \quad -\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \mathrm{arctg}\alpha + \pi k,\ k \in Z$

$\boldsymbol{tgx} > \alpha \quad \mathrm{arctg}\alpha + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

$\mathrm{c}\boldsymbol{tgx} < \alpha \quad \mathrm{arcctg}\alpha + \pi k < x < \pi + \pi k,\ k \in Z$

$\mathrm{c}\boldsymbol{tgx} > \alpha \quad \pi k < x < \mathrm{arctg}\alpha + \pi k,\ k \in Z$