ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ УГЛОВОГО АРГУМЕНТА

Написать краткий конспект (основные формулы и примеры) и выполнить задания для самостоятельного решения.

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Вспомним геометрию.

Ребята, в наших функциях:

y= sin(t), y= cos(t), y= tg(t), y= ctg(t)

Переменная t может принимать не только числовые значения, то есть быть числовым аргументом, но ее можно рассматривать и как меру угла – угловой аргумент.

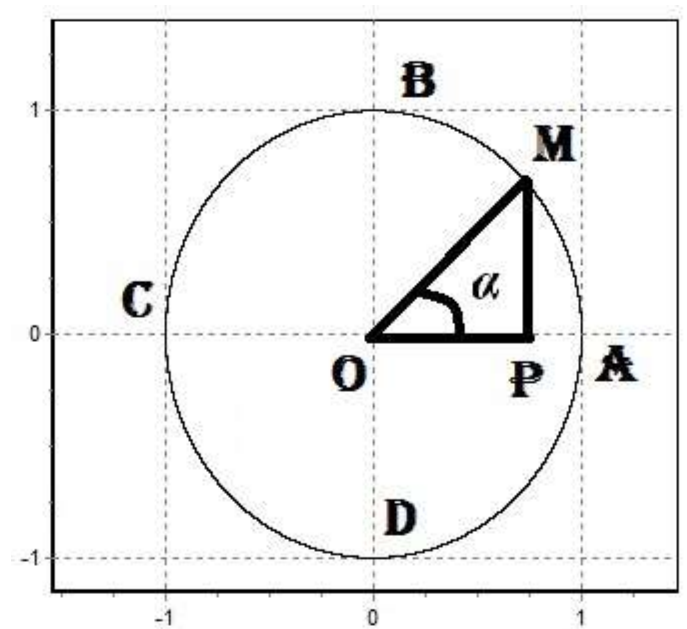
Давайте вспомним геометрию!
Как мы определяли синус, косинус, тангенс, котангенс там?

Синус угла – отношение противолежащего катета к гипотинузе.

Косинус угла – отношение прилежащего катета к гипотинузе.

Тангенс угла – отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс угла – отношение прилежащего катета к противолежащему.



Тригонометрическая функция углового аргумента.

Определение.

Давайте опредилим тригонометрические функции, как функции углового аргумента на числовой окружности :

С помощью числовой окружности и системы координат мы всегда с легкостью можем найти синус, косинус, тангенс и котангенс угла:

Поместим вершину нашего угла α в центр окружности, т.е. в центр оси координат, и расположим одну из сторон так, чтобы она совпадала с положительным направлением оси абсцисс (OA)

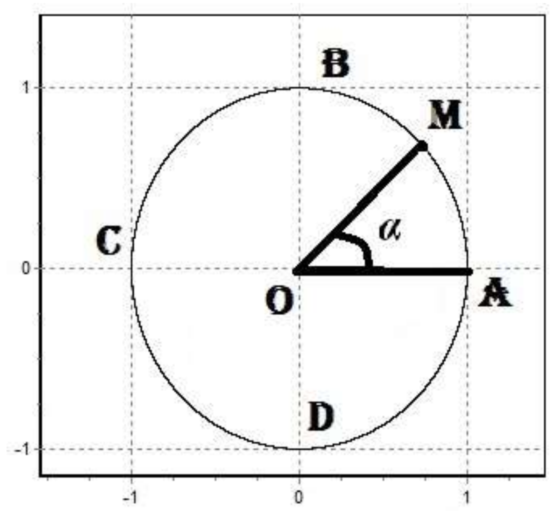
Тогда вторая сторона пересект числовую окружность в точке M.

***Ордината точки M**: синус угла α*

***Абсцисса точки M**: косинус угла α*

Заметим, что длина дуги AM составляет такую же часть единичной окружности что и наш угол α от 360 градусов:

$$\frac{\alpha^0}{360^0} = \frac{t}{2\pi}$$ *где t длина дуги AM*



Тригонометрическая функция углового аргумента.

Градусная мера угла.

Ребята мы получили формулу для определения градусный меры угла через длину дуги числовой окружности, давайте посмотрим внимательнее на нее:

$$\frac{\alpha^o}{360^o} = \frac{t}{2\pi} \longrightarrow t = \frac{\pi\alpha^o}{180^o}$$

Тогда запишем тригонометрические функции в виде:

$$sin(\alpha^o) = sin(t) = sin(\frac{\pi\alpha^o}{180^o}) \qquad cos(\alpha^o) = cos(t) = cos\left(\frac{\pi\alpha^o}{180^o}\right)$$

Например:

$$sin(30^o) = sin(\frac{\pi \times 30^o}{180^o}) = sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \qquad cos(60^o) = cos\left(\frac{\pi \times 60^o}{180^o}\right) = cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Радианная мера угла.

Говорят, что α^{0} - это градусная мера угла, а $\frac{\pi\alpha^{0}}{180^{0}}$ –радианная мера угла, то есть:

$$\alpha^{0} = \frac{\pi\alpha^{0}}{180^{0}} \text{ рад.}$$

При вычисление градусной или радианной меры угла следует запомнить! :

$$1^{0} = \frac{\pi}{180^{0}}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{180^{0}}{\pi}$$

Например:

$$140^{0} = \frac{\pi}{180^{0}} \times 140^{0} = \frac{7\pi}{9} \text{рад}$$

$$\frac{5\pi}{12} \text{рад} = \frac{180^{0}}{\pi} \times \frac{5\pi}{12} = 75^{0}$$

Кстати! Обозначение рад. можно опускать!

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Что такое радиан?

*Дорогие друзья мы с вами с толкнулись с новым понятием - **Радиан.***
Так что же это такое?

Существуют различные меры длины, времени, веса например: метр, километр, секунда, час, грамм, килограмм и другие. Так вот Радиан – эта одна из мер угла. Стоит рассматривать центральные углы, то есть расположенные в центре числовой окружности.

Угол в 1 градус – это центральный угол опирающийся на дугу равную 1/360 части длины окружности

Угол в 1 радиан - это центральный угол опирающийся на дугу равную 1 в единичной окружности, а в произвольной окружности на дугу равную радиусу окружности.

$$1\,\text{рад} = \frac{180^{\circ}}{\pi} = \frac{180^{\circ}}{3,14} \approx 57,3^{\circ}$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры

$$tg(20^o) = tg\left(\frac{\pi\times 20^o}{180^o}\right) = tg\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$ctg(90^o) = ctg\left(\frac{\pi \times 90^o}{180^o}\right) = ctg\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$sin(120^o) = sin\left(\frac{\pi \times 120^o}{180^o}\right) = sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$cos(140^o) = cos\left(\frac{\pi \times 140^o}{180^o}\right) = cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры перевода из градусной меры угла в радианную, и наоборот

$$150^{o} = \frac{\pi \times 150^{o}}{180^{o}} = \frac{5\pi}{6}$$

$$270^{o} = \frac{\pi \times 270^{o}}{180^{o}} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{180^{o}}{\pi} \times \frac{5\pi}{3} = 300^{o}$$

$$\frac{5\pi}{18} = \frac{180^{o}}{\pi} \times \frac{5\pi}{18} = 50^{o}$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Задачи для самостоятельного решения.

1) Найти радианную меру углов:

а) 55° *б)* 450° *в)* 15°

2) Найти градусную меру углов:

а) 3π *б)* $\frac{\pi}{10}$ *в)* $\frac{7\pi}{18}$

3) Найти:

а) $\sin(150^\circ)$ б) $\cos(45^\circ)$ в) $\mathrm{tg}(120^\circ)$