

Решение простейших тригонометрических уравнений.



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

1. $\cos t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

или

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

1) $\cos t = 0$

$$t = \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos t = 1$

$$t = 0 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

3) $\cos t = -1$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2. $\sin t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

1) $\sin t = 0$

$$t = 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\sin t = 1$

$$t = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

3) $\sin t = -1$

$$t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

3. $\operatorname{tg} t = a$, $a \in \mathbb{R}$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

4. $\operatorname{ctg} t = a$, $a \in \mathbb{R}$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Таблица значений тригонометрических функций

Значения арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса удобнее и быстрее находить по таблице.

градусы	0	30	45	60	90	120	135	150	180	270	360
радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
Cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
tg X	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	нет	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	нет	0
Ctg X	нет	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	нет	0	нет

Наша задача:
свести любое тригонометрическое уравнение
к простейшему виду.



Примеры уравнений.

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший вид $t = \left(4x + \frac{3\pi}{2}\right)$, однако можно применить формулы приведения и упростить его.

$$-\cos 4x = 0$$
$$\cos \textcircled{4x} = 0$$

\swarrow t

Это частный вид уравнения $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\overset{t}{\rightarrow} \textcircled{4x} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4.

О:

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$$



Характерная ошибка

$$\cos 4x = 0$$

Учащиеся делят обе части на 4
и получают следующее:

$$\cos x = 0$$

Грубая ошибка.



Примеры уравнений.

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

Уравнение переносом слагаемого и делением обеих частей легко сводится к простейшему.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t →

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

Разделим обе части на 4.

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

О:

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$



Примеры уравнений.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

Это частный вид
уравнения $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

→

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \quad \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

О:

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$



Примеры уравнений.

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, однако,

можно использовать четность функции \cos , применить формулы приведения и упростить его.

$$2x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | \quad \div 2$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

о: $x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$



Задания для самостоятельного решения:

1 вариант

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{1}{2}$$

$$-2 \cos x = 0$$

$$-\sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{x}{4} = 3$$

2 вариант

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos(-x) = -1$$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$$



Домашнее задание: 1) Написать краткий конспект урока в тетради;
2) Решить задачи для самостоятельного решения в тетради.

