Производная сложной функции

$$f(x) = f\,(\,u(x)\,)$$

$$f'(x) = f'(u) \cdot u'(x)$$

Пример:

1) $y = (2x - 7)^{14};$

$\mathbf{u}$

$u(x) = 2x - 7;$

$f(u) = u^{14};$

$$y' = f'(u) \cdot u'(x) = 14u^{13} \cdot 2 = 28(2x - 7)^{13}$$

Найти производные сложных функций:

$$f(x) = f(\,u(x)\,)$$
$$f'(x) = f'(u) \cdot u'(x)$$

2) $y = (3+5x)^{10}$

3) $y = \dfrac{5}{(7x-2)^3};$

4) $y = \sqrt{2x+3};$

5) $y = e^{2x-15}$

6) $y = \ln\left(x^3 - x^2 - 9\right)$

7) $y = \sin 2x^2$

8*) $y = 3\sin^6\left(x^2+3\right)$

9*) $y = e^{(3-2x)^4} + 1$

Производные высших порядков

Производной второго порядка (второй производной) называется производная от первой производной.

$$y''(x) = (y')'$$

Аналогично определяются производные 3-го, 4-го и т.д. порядков

Производная 3-го порядка: $y'''(x)$

Производная 4-го порядка: $y^{(4)}(x)$

Чтобы найти производную третьего порядка, надо сначала найти производную первого порядка, затем производную второго порядка и затем производную третьего порядка.

Пример:

Найти: $f'''(x)$, где $f(x) = \sin 3x$

Решение:

- 1) Находим первую производную:

$$f'(x) = (\sin 3x)' = 3\cos 3x.$$

Отсюда получим вторую производную —

$$f''(x) = (3\cos 3x)' = -9\sin 3x,$$

а затем и искомую третью:

$$f'''(x) = (-9\sin 3x)' = -27\cos 3x.$$

Найти производные высших порядков:

1) $y = -4x^5 - 2x^3 + 7x - 15{,}9;\quad y'''$

2) $y = 3x^{-4} + 5\sin x + e^x - 2\ln x;\quad y'''$

3) $y = 3x^6 - 6x^2 + 17x - \sqrt{7},\quad y'''(-2)$

4) $y = 9x^4 - 8\cos x + 4e^x - 2019$

$y(0),\quad y'(0),\quad y''(0),\quad y'''(0)$