

Метод разложения на множители

$$f(x) = 0$$

$$f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$$

$$\begin{cases} f_1(x) = 0, \\ f_2(x) = 0 \end{cases}$$

Пример 1.

$$(\sin x - \frac{1}{3})(\cos x + \frac{2}{5}) = 0$$

Решение.

Задача сводится к решению совокупности уравнений:

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{3} = 0; \\ \cos x + \frac{2}{5} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x = \frac{1}{3}; \\ \cos x = -\frac{2}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; \\ x = \pm \arccos(-\frac{2}{5}) + 2\pi n. \end{cases}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; \quad x = \pm \arccos(-\frac{2}{5}) + 2\pi n,$$

Пример 2.

$$2 \sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$$

Решение.

$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos 5x - \cos 5x &= 0, \\ \cos 5x(2 \sin x - 1) &= 0. \end{aligned}$$

Задача сводится к решению совокупности уравнений:

Продолжить решение самостоятельно

Ответ: $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}; \quad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$

Замечание.

Учтите, что переход от уравнения $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$

к совокупности уравнений $\rightarrow \begin{cases} f_1(x) = 0, \\ f_2(x) = 0 \end{cases}$ не всегда безопасен.

$$\underline{\operatorname{tg} x(\sin x - 1) = 0}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 0, \\ \sin x = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pi n, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n. \end{cases}$$

Получили 2 серии решений, но включить обе серии в ответ нельзя, т.к. при

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ входящий в заданное уравнение множитель $\operatorname{tg} x$ не имеет смысла.

Ответ: $x = \pi n$

Домашнее задание:

1) Конспект;

2) Решить уравнения:

○18.13. Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$:

а) $\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)(\sin x + 1) = 0;$

б) $\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)(\cos x - 1) = 0;$

○18.22. а) $2 \cos^2 \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = 0;$ в) $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 3x - 3 \operatorname{tg} 3x = 0;$