Формулы двойного аргумента

Вспомним формулы сложения:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$

Можно ли применить записанные формулы для решения следующих примеров ?

$$\sin(\alpha + \alpha) =$$

$$\cos(\alpha + \alpha) =$$

$$tg(\alpha + \alpha) =$$

$$\beta = \alpha$$

$$\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$tg(\alpha+\alpha)=\frac{tg\alpha+tg\alpha}{1-tg\alpha\cdot tg\alpha}=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

Полученные формулы, формулы двойного угла

$$\alpha + \alpha = 2a$$

$$\sin 2a = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2a = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg2a = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Задание1.

Найти значение sin2a , зная что
cos a=-0,8
и a -угол 3 четверти.

Алгоритм решения:

1. Записать основное тригонометрическое тождество.
2. Выразить нужную функцию.
3. Определить какая четверть и знак функции в этой четверти.
4. Извлечь корень
5. все величины подставить в формулу.

Решение:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-(-0{,}8)^2 = 1-0{,}64 = 0{,}36$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{0{,}36} = \pm 0{,}6$$

$$a \in 3\textit{четверти}, \textit{знак}\ \text{"-"}$$

$$\sin\alpha = \text{-}0{,}6$$

$$\sin 2a = 2\cdot(-0{,}6)\cdot(-0{,}8) = \ 0{,}96$$

Задание 2.
Вычисли , используя формулу двойного угла:

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}.$$

$$Решение: 2\sin a\cos a = \sin 2a$$

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} = \sin 2\cdot\frac{\pi}{8} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задание 3.
Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0}.$$

Решение :

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0} = \frac{\sin 2\cdot 50^0}{\cos 50^0} = \frac{2\sin 50^0 \cos 50^0}{\cos 50^0} = 2\sin 50^0.$$

Задание 4.
Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a}.$$

$Решение:$

$Применим\ \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2\sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (2\sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} tg\, 6a.$$

Задание 5.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \left(\cos^2 a - \sin^2 a\right) =$$

$$= \cos^2\alpha - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a.$$

Задания для самостоятельного решения:

$$1.\ 2\sin 75^0 \cos 75^0$$

$$2.\ \cos^2 75^0 - \sin^2 75^0$$

$$3.\ \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

$$4.\ \sin 15^0 \cos 15^0$$

$$5.\ \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8}\right)^2$$

Домашнее задание:

- Написать конспект;
- Выполнить задания для самостоятельного решения.