

Формулы двойного аргумента

Вспомним формулы сложения:

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\operatorname{tg}(a + b) = \frac{\operatorname{tga} + \operatorname{tgb}}{1 - \operatorname{tga} \times \operatorname{tgb}}$$

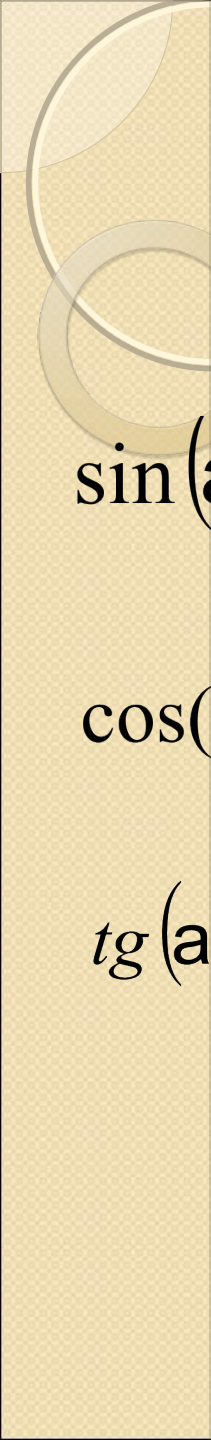
Можно ли применить записанные формулы для решения следующих примеров ?

$$\sin(a + a) =$$

$$\cos(a + a) =$$

$$\operatorname{tg}(a + a) =$$

$$b = a$$


$$\sin(a + a) = \sin a \cos a + \cos a \sin a = 2 \sin a \times \cos a$$

$$\cos(a + a) = \cos a \cos a - \sin a \sin a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\operatorname{tg}(a + a) = \frac{\operatorname{tga} + \operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tga} \times \operatorname{tga}} = \frac{2\operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$$

Полученные формулы,
формулы двойного угла

$$a + a = 2a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \times \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$$

Задание 1.

Найти значение $\sin 2a$, зная что $\cos a = -0,8$

и a - угол 3 четверти.

Алгоритм решения:

1. Записать основное тригонометрическое тождество.
2. Выразить нужную функцию.
3. Определить какая четверть и знак функции в этой четверти.
4. Извлечь корень
5. все величины подставить в формулу.

Решение:

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = 1 - (-0,8)^2 = 1 - 0,64 = 0,36$$

$$\sin a = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6$$

$a \in 3$ четверти, знак "-"

$$\sin a = -0,6$$

$$\sin 2a = 2 \cdot (-0,6) \cdot (-0,8) = 0,96$$

Задание 2.

Вычисли , используя формулу
двойного угла:

$$2 \sin \frac{p}{8} \cos \frac{p}{8}.$$

Решение : $2 \sin a \cos a = \sin 2a$

$$2 \sin \frac{p}{8} \cos \frac{p}{8} = \sin 2 \times \frac{p}{8} = \sin \frac{p}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задание 3.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\frac{\sin 100^{\circ}}{\cos 50^{\circ}}.$$

Решение:

$$\frac{\sin 100^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = \frac{\sin 2 \times 50^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = \frac{2 \sin 50^{\circ} \cos 50^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = 2 \sin 50^{\circ}.$$

Задание 4.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \times \cos 3a}{\cos 6a}.$$

Решение:

Применим $\frac{1}{2} \times 2 = 1$.

$$\frac{\sin 3a \times \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \times (2 \sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times \sin 2 \times 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \times \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 6a.$$

Задание 5.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\cos^2 a - \cos 2a.$$

Решение:

$$\begin{aligned}\cos^2 a - \cos 2a &= \cos^2 a - (\cos^2 a - \sin^2 a) = \\ &= \cos^2 a - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a.\end{aligned}$$

Задания для самостоятельного решения:

$$1. 2 \sin 75^{\circ} \cos 75^{\circ}$$

$$2. \cos^2 75^{\circ} - \sin^2 75^{\circ}$$

$$3. \cos^2 \frac{p}{8} - \sin^2 \frac{p}{8}$$

$$4. \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ}$$

$$5. \cos^2 \frac{p}{8} + \sin^2 \frac{p}{8}$$

Домашнее задание:

- 🧠 Написать конспект;
- 🧠 Выполнить задания для самостоятельного решения.