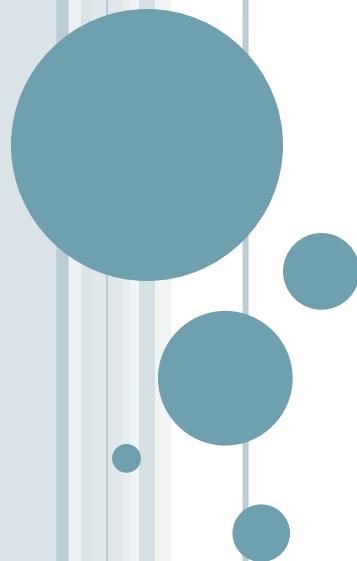


# **ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ**



## Определение:

Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при  $\Delta x \rightarrow 0$

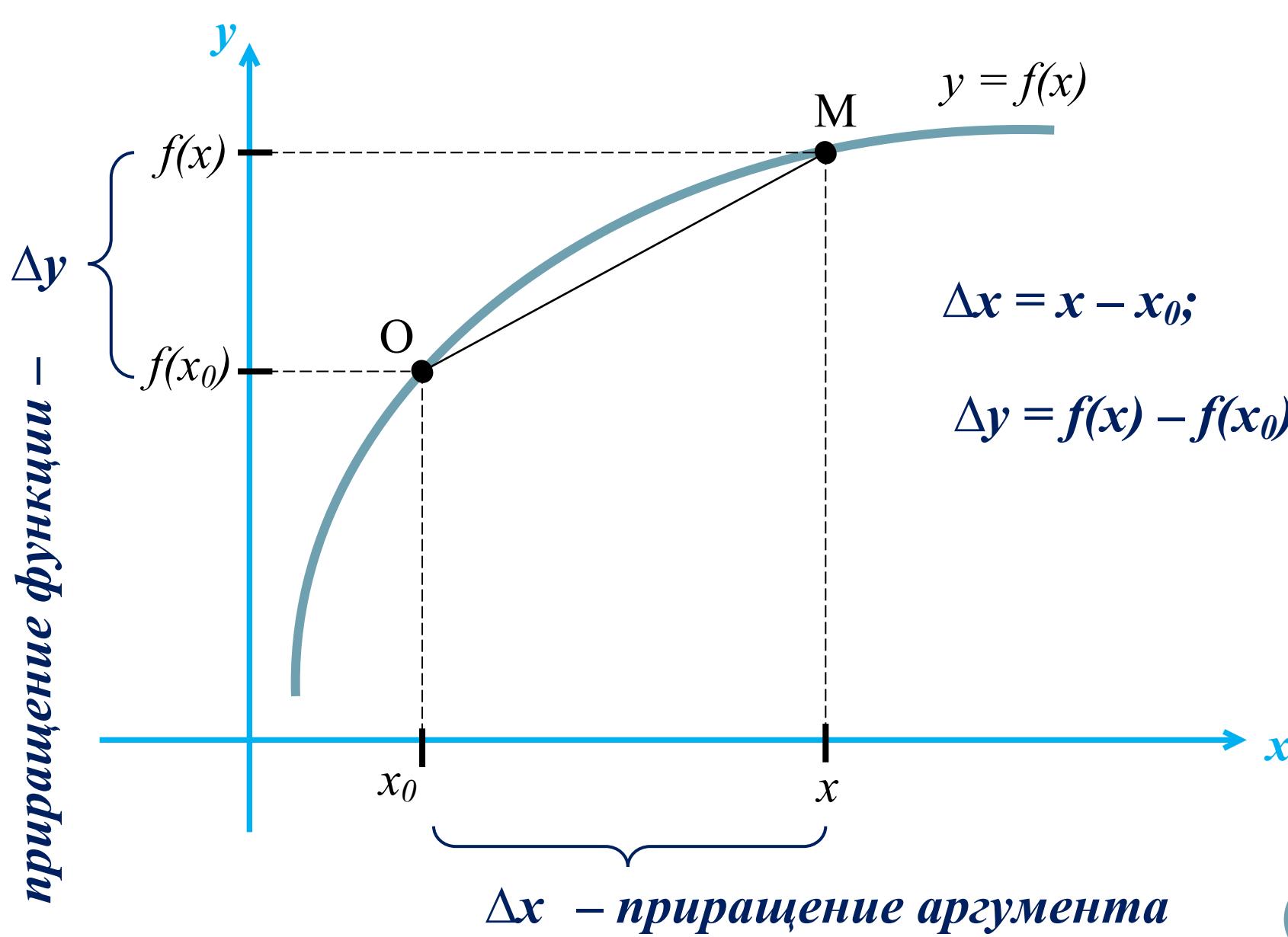
называется производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y' \text{ (обозначение)}$$

Штрих -  
обозначает  
действие  
нахождения  
производной

Производная – это скорость  
изменения функции!

## приращение функции



# Другие обозначения:

$$f\Phi(x)$$

$$\mathfrak{y}$$

$$\frac{dy}{dx}$$

Действие нахождения производной называется - **дифференцированием.**

Функция, имеющая производную, называется **дифференцируемой.**



ОБЩЕЕ ПРАВИЛО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ:

$$1) \ y + D_y = f(x + Dx)$$

$$2) \ D_y = f(x + Dx) - f(x)$$

$$3) \ \frac{D_y}{Dx} = \frac{f(x + Dx) - f(x)}{Dx}$$

$$4) \ y' = \lim_{Dx \rightarrow 0} \frac{D_y}{Dx}$$



# Правила

## дифференцирования

$$(U + V - W)^{\frac{d}{dt}} = U^{\frac{d}{dt}} + V^{\frac{d}{dt}} - W^{\frac{d}{dt}}$$

$$(C \times U)^{\frac{d}{dt}} = C \times U^{\frac{d}{dt}}$$

$$(U \times V)^{\frac{d}{dt}} = U^{\frac{d}{dt}} \times V + V^{\frac{d}{dt}} \times U$$

$$(U \times V \times W)^{\frac{d}{dt}} = U^{\frac{d}{dt}} \times V \times W + V^{\frac{d}{dt}} \times U \times W + W^{\frac{d}{dt}} \times U \times V$$

$$\frac{\frac{dU}{dt} \times \frac{dV}{dt}}{C} = \frac{U^{\frac{d}{dt}} \times V^{\frac{d}{dt}} - U \times V^{\frac{d^2}{dt^2}}}{V^2}$$

$\frac{dU}{dt} \times \frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} \times U^{\frac{d}{dt}} \times V^{\frac{d}{dt}}$  $\frac{dU}{dt} \times \frac{dV}{dt} = - \frac{C}{V^2} \times U \times V^{\frac{d^2}{dt^2}}$

# Производные элементарных функций

$$1) \quad C \dot{f} = 0 \quad , C \text{ - постоянная}$$

$$2) \quad x \dot{f} = 1$$

$$3) \quad (x^n) \dot{f} = n \times x^{n-1}$$

$$4) \quad (\sqrt{x}) \dot{f} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$5) \quad \frac{\ln x}{x} \dot{f} = -\frac{1}{x^2}$$

СТЕПЕННЫЕ  
ФУНКЦИИ



# Производные элементарных функций

$$6) (a^x)^c = a^x \ln a$$

$$7) (e^x)^c = e^x \ln e = e^x$$

$$8) (\log_a x)^c = \frac{1}{x \ln a}$$

$$9) (\ln x)^c = \frac{1}{x}$$

$$10) (\lg x)^c = \frac{0,4343}{x}$$

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ  
ФУНКЦИИ

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ  
ФУНКЦИИ

# Производные элементарных функций

$$11) (\sin x)^c = \cos x$$

$$12) (\cos x)^c = -\sin x$$

$$13) (\operatorname{tg} x)^c = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$14) (\operatorname{ctg} x)^c = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ  
ФУНКЦИИ



# Вычисление производных элементарных функций

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = x^3$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$y' = (x^3)' = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

$$2) \quad y = x^7$$

$$y' = 7x^6$$

$$3) \quad y = x^{2,4}$$

$$y' = 2,4x^{1,4}$$

$$4) \quad y = x^{-5}$$

$$y' = -5x^{-6}$$



# Вычисление производных элементарных функций

Задания для самостоятельного решения:

$$(a \times x^n)' = a \times n \times x^{n-1}$$

$$5) \ y = 4x^2 - 2x^3 - 3x + 10 \quad C' = 0$$

$$6) \ y = -3x^{-4} + 6x^{0,5} - 0,008 \quad (U \pm V)' = U' \pm V'$$

$$7) \ y = 3x^4 + 1,5x^2 - 7x - 0,35$$

$$x_0 = -2$$

$$8) \ y = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + x - x^5, \quad x_0 = 1$$

