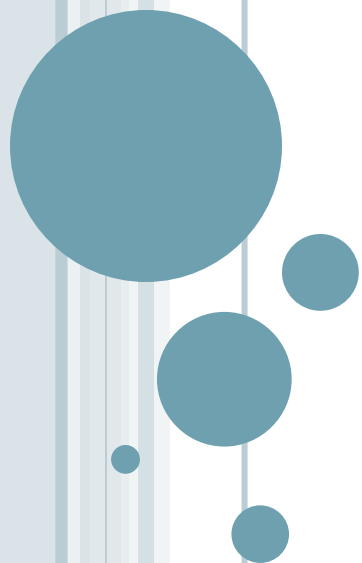


ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ



Определение:

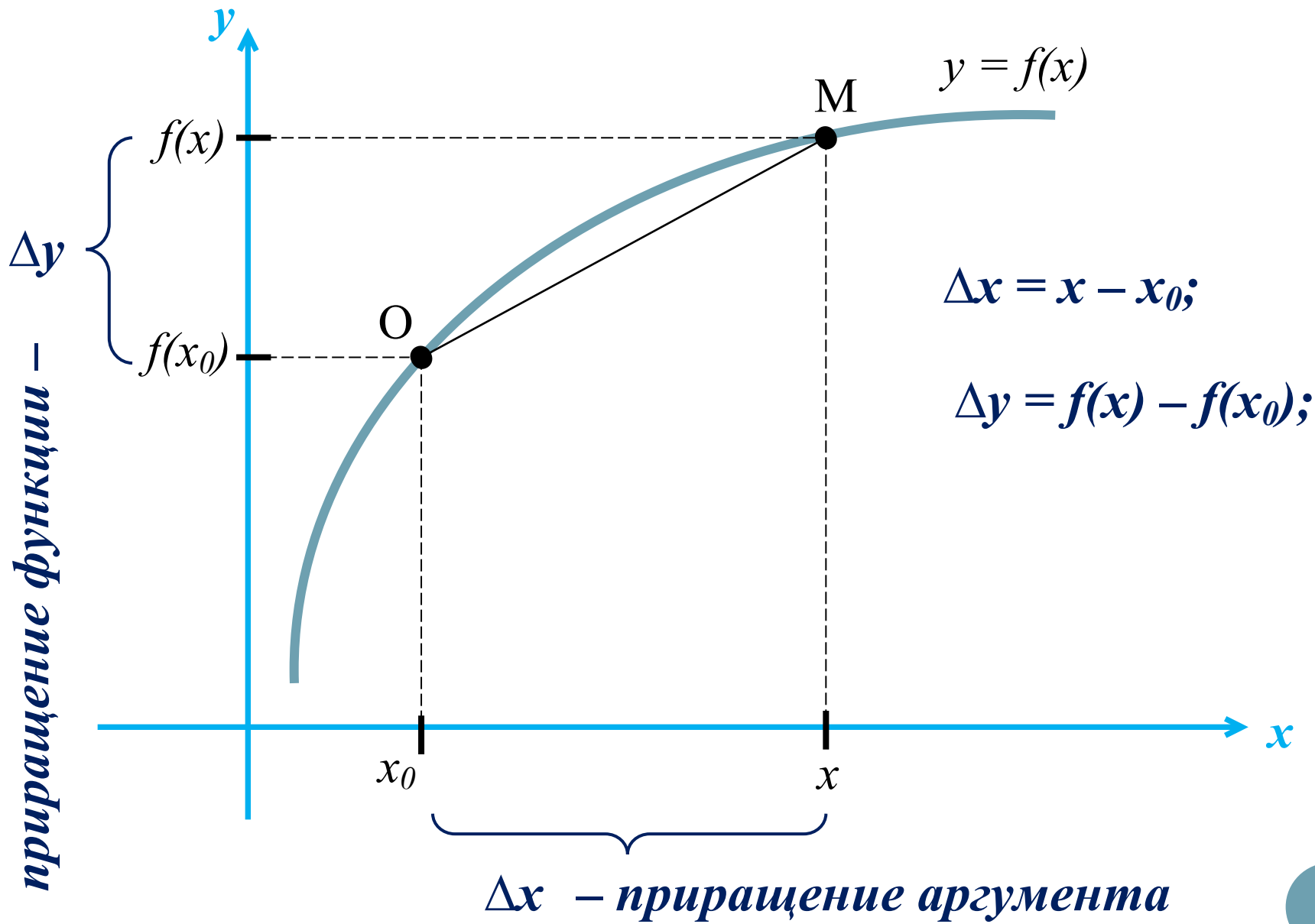
Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$ называется производной функции $f(x)$ в точке x_0 :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'$$

Штрих -
обозначает
действие
нахождения
производной

Производная – это скорость
изменения функции!





Другие обозначения:

$$f'(x)$$

$$y'$$

$$\frac{dy}{dx}$$

Действие нахождения производной называется - **дифференцированием**.

Функция, имеющая производную, называется **дифференцируемой**.



ОБЩЕЕ ПРАВИЛО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ:

$$1) \ y + Dy = f(x + Dx)$$

$$2) \ Dy = f(x + Dx) - f(x)$$

$$3) \ \frac{Dy}{Dx} = \frac{f(x + Dx) - f(x)}{Dx}$$

$$4) \ y' = \lim_{Dx \rightarrow 0} \frac{Dy}{Dx}$$



Правила

дифференцирования

$$(U + V - W)^{\circ} = U^{\circ} + V^{\circ} - W^{\circ}$$

$$(C \times U)^{\circ} = C \times U^{\circ}$$

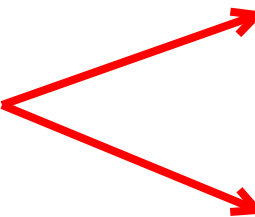
$$(U \times V)^{\circ} = U^{\circ} \times V + U \times V^{\circ}$$

$$(U \times V \times W)^{\circ} = U^{\circ} \times V \times W + U \times V^{\circ} \times W + U \times V \times W^{\circ}$$

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{U}{C} \right)^{\circ} = \frac{U^{\circ} \times C - U \times C^{\circ}}{V^2}$$

$\frac{\partial}{\partial C} \left(\frac{U}{C} \right)^{\circ} = \frac{1}{C} \times U^{\circ}$

$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{C}{V} \right)^{\circ} = - \frac{C}{V^2} \times V^{\circ}$



Производные элементарных функций

1) $C' = 0$, C - постоянная

2) $x' = 1$

3) $(x^n)' = n x^{n-1}$

4) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

5) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

СТЕПЕННЫЕ
ФУНКЦИИ



Производные элементарных функций

$$6) \quad (a^x)' = a^x \ln a$$

$$7) \quad (e^x)' = e^x \ln e = e^x$$

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ
ФУНКЦИИ

$$8) \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$9) \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ
ФУНКЦИИ

$$10) \quad (\lg x)' = \frac{0,4343}{x}$$



Производные элементарных функций

$$11) \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$12) \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$13) \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$14) \quad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
ФУНКЦИИ



Вычисление производных элементарных функций

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = x^3$$

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$y' = (x^3)' = 3 x^{3-1} = 3x^2$$

$$2) \quad y = x^7$$

$$y' = 7 x^6$$

$$3) \quad y = x^{2,4}$$

$$y' = 2,4 x^{1,4}$$

$$4) \quad y = x^{-5}$$

$$y' = -5 x^{-6}$$



Вычисление производных элементарных функций

Задания для самостоятельного решения:

$$(a \cdot x^n)' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

$$5) y = 4x^2 - 2x^3 - 3x + 10$$

$$C' = 0$$

$$6) y = -3x^{-4} + 6x^{0,5} - 0,008$$

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

$$7) y = 3x^4 + 1,5x^2 - 7x - 0,35$$

$$x_0 = -2$$

$$8) y = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + x - x^5, \quad x_0 = 1$$

