**Практическая работа «Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница»**

**Учебная цель:** формировать умение по применению методов интегрального исчисления при вычислении функций с использованием формулы Ньютона-Лейбница.

**Учебные задачи:**

1. Научиться вычислять определенный интеграл  по формуле Ньютона-Лейбница.
2. Уметь применить формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла.

**Инструкция по выполнению практической работы:**

1. Изучите тему урока по презентации и прочитайте краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы.
2. Письменно ответьте на вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию.
3. Выполнить задание своего варианта (номер варианта соответствует номеру студента по списку в журнале)

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы**

**по теме практической работы:**

1. **Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.**

**Определение.** Если существует конечный передел интегральной суммы (8)

 - (8)

при λ→0, не зависящий от способа разбиения τn отрезка [a; b] на частичные отрезки и выбора промежуточных точек ξk, то этот предел называют определенным интегралом (или интегралом Римана) от функции f(x) на отрезке [a; b] и обозначают: 

Если указанный предел существует, то функция f(x) называется интегрируемой на отрезке [a; b] (или интегрируемой по Риману). При этом f(x)dx называется подынтегральным выражением, f(x) – подынтегральной функцией, х – переменной интегрирования, a и b – соответственно нижним и верхним пределами интегрирования.

Определенный интеграл есть число, равное пределу, к которому стремится интегральная сумма, в случае, когда диаметр разбиения λ стремится к нулю.

**Геометрический смысл определенного интеграла.** Пусть функция y=f(x) непрерывна на отрезке [a; b] и f(x) ≥ 0. Фигура, ограниченная графиком АВ функции y=f(x), прямыми x=a, x=b и осью Ох (рис. 1), называется криволинейной трапецией.



Интегральная сумма и ее слагаемые имеют простой геометрический смысл: произведение  равно площади прямоугольника с основанием  и высотой , а сумма  представляет собой площадь заштрихованной ступенчатой фигуры (изображенной на рис. 1). Очевидно, что эта площадь зависит от разбиения τn отрезка [a; b] на частичные отрезки и выбора точек ξk.

Чем меньше , k=1, n, тем площадь ступенчатой фигуры ближе к площади криволинейной трапеции. Следовательно, за точную площадь S криволинейной трапеции принимается предел интегральной суммы при λ→0:



Таким образом, с геометрической точки зрения определенный интеграл от неотрицательной функции численно равен площади соответствующей криволинейной трапеции.

1. **Основные свойства определенного интеграла.**

Рассмотрим свойства определенного интеграла.

* 1. Если нижний и верхний пределы интегрирования равны (a=b), то интеграл равен нулю: 

Это свойство следует из определения интеграла.

* 1. Если f(x)=1, то

Действительно, так как f(x)=1, то 

* 1. При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный: 
  2. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла:

 **R**.

* 1. Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа интегрируемых на [a; b] функций f1(x), f2(x), …, fn(x) равен алгебраической сумме определенных интегралов от слагаемых:



6 (аддитивность определенного интеграла). Если существует интегралы и  то существует также интеграл  и для любых чисел a, b, c; 

7. Если f(x) ≥ 0 [a; b], то  a < b.

8 (определенность определенного интеграла). Если интегрируемые функции f(x) и φ(x) удовлетворяют неравенству f(x) ≥ φ(x) [a; b], то

 a >b.

9 (об оценке определенного интеграла). Если m и М – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x), непрерывной на отрезке [a; b], то  a < b.

10 (теорема о среднем). Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a; b], то существует такая точка [a; b], что 

т. е. определенный интеграл от переменной функции равен произведению значения подынтегральной функции в некоторой промежуточной точке ξ отрезка интегрирования [a; b] и длины b-a этого отрезка.

1. **Теорема о среднем.**

Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a; b], то существует такая точка [a; b], что 

т. е. определенный интеграл от переменной функции равен произведению значения подынтегральной функции в некоторой промежуточной точке ξ отрезка интегрирования [a; b] и длины b-a этого отрезка.

1. **Производная определенного интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.**

До сих пор мы рассматривали определенный интеграл с постоянными пределами интегрирования a и b. Если оставить постоянным нижний предел интегрирования a, а верхний х изменять так, чтобы x є [a; b], то величина интеграла будет изменяться. Интеграл вида:  x є [a; b],

называется определенным интегралом с переменным верхним пределом и является функцией верхнего предела х. Здесь для удобства переменная интегрирования обозначена буквой t, а верхний предел интегрирования – буквой х.

**Теорема.** Производная определенного интеграла от непрерывной функции f(x) по его переменному верхнему пределу существует и равна подынтегральной функции, в которой вместо переменной интегрирования подставлено значение верхнего предела: 

**Формула Ньютона-Лейбница.** Формула Ньютона-Лейбница дает правило вычисления определенного интеграла: значение определенного интеграла на отрезке [a; b] от непрерывной функции f(x) равно разности значений любой ее первообразной, вычисленной при x=b и x=a.

 - (9)

**Примеры.** Вычислить интегралы

1.

2. 

3.

**Вопросы для закрепления теоретического материала**

**к практическому занятию:**

1. Что называют определенным интегралом функции f(x)?
2. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
3. Запишите свойства определенного интеграла.
4. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

**Задания для практического занятия:**

**Задание:** Вычислить определенный интеграл, методом непосредственного интегрирования используя формулу Ньютона-Лейбница.

1. 11. 21. 

2. 12.  22. 

3. 13.  23. 

4. 14.  24. 

5. 15.  25. 

6. 16.  26. 

7.  17.  27. 

8.  18. 28.

9.  19. 29. 

10.  20. 30. 