**Записать краткий конспект занятия и решить примеры 2,3,5 самостоятельно.**

**Интегрирование подстановкой и по частям**

**Замена переменной в определенном интеграле**

Для определенного интеграла справедливы все типы замен, что и для неопределенного интеграла. Новизна состоит в вопросе, **как поменять пределы интегрирования при замене**.

Пример 1

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image087.gif

Главный вопрос здесь вовсе не в определенном интеграле, а в том, как правильно провести замену. Смотрим в [**таблицу интегралов**](http://mathprofi.ru/tablica_integralov.pdf) и прикидываем, на что у нас больше всего похожа подынтегральная функция? Очевидно, что на длинный логарифм:  http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image089.gif. Но есть одна неувязочка, в табличном интеграле под корнем http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image091.gif, а в нашем – «икс» в четвёртой степени. Из рассуждений следует и идея замены – неплохо бы нашу четвертую степень как-нибудь превратить в квадрат. Это реально.

Сначала готовим наш интеграл к замене:

http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image093.gif

Из вышеуказанных соображений совершенно естественно напрашивается замена: http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image095.gif  
Таким образом, в знаменателе будет всё хорошо: http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image097.gif.  
Выясняем, во что превратится оставшаяся часть http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image099.gif подынтегрального выражения, для этого находим дифференциал http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image101.gif:

http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image103.gif

По сравнению с заменой в неопределенном интеграле у нас добавляется дополнительный этап.

**Находим новые пределы интегрирования**.

Это достаточно просто. Смотрим на нашу замену http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image095_0000.gif и старые пределы интегрирования http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image105.gif, http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image107.gif.

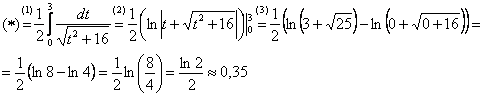
Сначала подставляем в выражение замены http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image095_0001.gif нижний предел интегрирования, то есть, ноль:

http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image109.gif

Потом подставляем в выражение замены http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image095_0002.gif верхний предел интегрирования, то есть, корень из трёх:  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image111.gif

Готово. И всего-то лишь…

Продолжаем решение.



(1) В соответствии с заменой **записываем новый интеграл с новыми пределами интегрирования**.

(2) Это простейший табличный интеграл, интегрируем по таблице. Константу http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image115.gif лучше оставить за скобками (можно этого и не делать), чтобы она не мешалась в дальнейших вычислениях. Справа отчеркиваем линию с указанием новых пределов интегрирования http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image117.gif – это подготовка для применения формулы Ньютона-Лейбница.

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image010_0000.gif.

Ответ стремимся записать в максимально компактном виде, используя свойства логарифмов.

Ещё одно отличие от неопределенного интеграла состоит в том, что, после того, как мы провели замену, **никаких обратных замен проводить не надо**.

**А сейчас пара примеров для самостоятельного решения.** Какие замены проводить – постарайтесь догадаться самостоятельно.

Пример 2

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image119.gif

Пример 3

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image121.gif

## ****Метод интегрирования по частям в определенном интеграле****

Здесь новизны еще меньше. Все выкладки статьи [Интегрирование по частям в неопределенном интеграле](http://mathprofi.ru/integrirovanie_po_chastyam.html) в полной мере справедливы и для определенного интеграла.  
Плюсом идёт только одна деталь, в формуле интегрирования по частям добавляются пределы интегрирования:

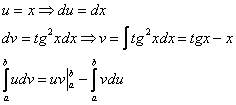
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image123.gif

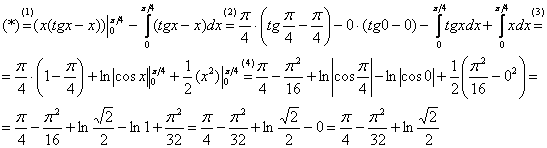
Формулу Ньютона-Лейбница здесь необходимо применить дважды: для произведения  http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image125.gif и, после того, как мы возьмем интеграл http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image127.gif.

Пример 4

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image129.gif

Решаем.  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image131.gif

Интегрируем по частям:  




**Пример для самостоятельного решения.**

Пример 5

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image156.gif