**Дата 20.04.2020**

**Группа АМ-19**

**Тема урока** Вычисление радианной меры угла, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа.

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:**

* Ввод понятий синуса, косинуса, тангенса и *котангенса* угла
* Определение синуса, косинуса, тангенса и *котангенса* угла
* Решение простейших тригонометрических уравнений
* Решение задач на применение знаний о синусе, косинусе, тангенсе и котангенсе в формате заданий ЕГЭ;

**Глоссарий по теме**

**Синус угла**– ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол .

*Обозначается*

**Косинус угла**– абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол .

*Обозначается*

**Тангенс угла** – отношение синуса угла к его косинусу.

*Обозначается tg*

**Котангенс угла** отношение косинуса угла к его синусу.

*Обозначается сtg*

На единичной окружности касательная, проведенная к точке (1; 0) называется линией тангенсов.

Касательная, проведенная к точке (0; 1) - линия котангенсов.

**Историческая справка**

Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Слово «тригонометрия» греческое: тригоно — треугольник, метрити — мера. Иными словами, тригонометрия — наука об измерении треугольников. Длительную историю имеет понятие синуса. Различные отношения отрезков треугольника и окружности встречаются уже в III в. до н. э. в работах великих математиков Древней Греции — Евклида, Архимеда, Аполлония Пергского. В IV—V вв. появился специальный термин в трудах по астрономии великого индийского ученого Ариабхаты (476 — ок.550). Отрезок он назвал ардхаджива, или более кратко джива. Арабскими математиками в IX в. слово джива было заменено на арабское слово джайб (выпуклость). При переводе арабских математических текстов в XII в. это слово было заменено латинским синус (sinus — изгиб, кривизна).

Косинус — это сокращение латинского выражения complementysinus, т. е. «дополнительный синус» или иначе «синус дополнительной дуги».

Название «тангенс» происходит от латинского tanger (касаться). Tangens переводится как «касающийся» (линия тангенсов — это касательная к единичной окружности).

Несмотря на то, что тригонометрия зародилась в древние времена, сегодня она охватывает практически все естественные науки и технику.

**Актуализация знаний**

1.Найдите координаты точек А, В, С и D, лежащих на единичной окружности (рис. 1)



Рисунок 1 – единичная окружность

Поставьте в соответствие точке её координаты

А (0; 1)

В (-1; 0)

С (1; 0)

D (0; -1)

**Ответ:**А(1; 0); В(0; 1); С(-1; 0); D(0; -1)

Сегодня на уроке мы узнаем, как по-другому называются *абсцисса*и *ордината*точки, лежащей на единичной окружности.

**1**.Рассмотрим окружность радиуса, равного 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат хОу с центром в начале координат. Такую окружность называют

*единичной* или *тригонометрической*.



Рисунок 2 – точка Р на единичной окружности

Точка Р (1; 0) при повороте вокруг начала координат на угол  переместилась в точку Рₐ. Определим её координаты. (рис. 2).

**Определения.**

***Синусом угла*****называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол****.**

Обозначается

***Косинусом угла*****называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол****.**

Обозначается 

Угол  может выражаться и в градусах и в радианах.

**Пример 1.**

Точка А(1; 0) при повороте на угол 90 (рис. 1)

Ордината точки В равна 1, значит или

Абсцисса точки В равна 0, значит 

**Пример 2.**

Точка А(1; 0) при повороте на угол  переместилась в точку ( рис. 1)

Найдите  и 

**Ответ:**= 0; 

**Пример 3.**

Точка А(1; 0) при повороте на угол  переместилась в точку  (рис. 1)

Найдите  и 

**Ответ:**=1= 0.

Рассмотрим ещё два понятия.

**Определение. *Тангенсом* угла****называется отношение синуса угла к его косинусу.**

Обозначается **tg**

**tg****,**

**Пример 4.**

Найти tg 0. Вычислим по формуле **tg****=****= 0.**

**Определение.*Котангенсом* угла****называется отношение косинуса угла к его синусу.**

Обозначается **сtg**

**сtg**

**Пример 5.**

Найти сtg .

Вычислим по формуле сtg = 

**2.**Меру угла(в радианах) можно рассматривать как действительное число, поэтому  и  – это числовые выражения. А так как каждая точка единичной окружности имеет координаты х и у такие, что выполняются неравенства **-1 ≤ х ≤ 1; -1 ≤ у ≤ 1,**то синус и косинус не могут превышать значения, больше .

**Чтобы решить уравнения****= а**,  нужно считать х неизвестным, число а – заданным.

**Пример 6.**

Решить уравнение  = 1.

Найдем точку с **ординатой 1** и запишем, каким числам х она соответствует. На окружности мы видим эту точку: В (0; **1**). Она соответствуют числу  и всем числам вида 

**Решением уравнения****= 1 являются х =**.

**3**. Полезно знать синусы, косинусы, тангенсы некоторых углов. Для этого рассмотрим дугу единичной окружности в I четверти координатной плоскости (рис. 3).



Рисунок 3 – 1 четверть единичной окружности

Точки А (1; 0) и В (0; 1) нам знакомы. Рассмотрим ещё несколько точек на окружности и найдем их координаты. Точка С является серединой дуги АВ, значит угол АОС равен половине прямого угла, 45 или . Ордината точки С равна её абсциссе. Их значения нетрудно найти по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника ОСF, оно равно  А значит, 

**,**

**tg 45**

Дуга АМ составляет третью часть прямого угла, . Ордината точки М равна **,**значит

**, tg30****.**

Дуга АNсоставляет  прямого угла, . Абсцисса точки N равна **,**поэтому

**,****tg 60****.**

Чтобы легче запомнить эти значения, придумали мнемоническое правило- правило на ладони (рис. 4).



Рисунок 4 - мнемоническое правило- правило на ладони

Расположим ладонь так, как на рисунке, пусть мизинцу соответствует угол 0, следующим пальцам– 30, 45, 60 и 90. Так же присвоим им номера: мизинец №0, следующие №1, №2, №3, №4. Чтобы найти синус, используем формулу: =. А для косинуса нумерацию будем вести от большого пальца, выполняя вычисления по той же формуле. =.

Например, =, = = .

А тангенс можно вычислить по формуле**:**tg = .

Тангенсы и котангенсы, также как и синусы, косинусы, можно определить по единичной окружности. Для этого познакомимся с ещё одним понятием.

На единичной окружности касательная, проведенная к точке (1; 0) называется ***линией тангенсов.***Касательная, проведенная к точке (0; 1) - ***линия котангенсов***(рис. 5).



Рисунок 5 – линия тангенсов и линия котангенсов

Например, чтобы найти tg, находим пересечение радиус-вектора под углом  с линией тангеса. Это число , или **.**

Чтобы найти ctg , радиус-вектор под углом  должен пересечь линию котангенсов.

Это число .

**Примеры и разбор решения заданий**

**Пример 6.**

Решить уравнение =0.

*Синусом угла* является ордината точки, поэтому значения синусов находим по оси Оу.

Найдем точки А (1; **0**) и С (-1; **0**) с **ординатой 0** и запишем, каким числам х они соответствуют. Они соответствуют числам 0 (точка А), (точка С), 2

**Решением уравнения****= 0 являются х =**.

Z- множество целых чисел.

**Пример 6.**

Решить уравнение=1.

Найдем точки с **абсциссой 1** и запишем, каким числам х они соответствуют. На рис.3 мы видим эту точку: А (**1**; 0) Она соответствуют числу  и всем числам вида 

**Решением уравнения****= 1**.**являются х =****, где**.

ДЗ. Повторить тригонометрические формулы, подготовиться к самостоятельной работе.