**Дата 24.04.2020**

**Группа МД-19**

**Тема:** Формулы половинного угла. Преобразование суммы в произведение

 и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс

половинного угла.

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме**

1) Формулы синуса, косинуса, тангенса и котангенса половинного аргумента;

2) Преобразовывать тригонометрические выражений на основе использования формулы синуса, косинуса, тангенса и котангенса половинного аргумента;

3) Решение уравнения с использованием формулы синуса, косинуса половинного аргумента.

**Глоссарий по теме**

**Формулы половинного угла** (аргумента) представляют собой противоположность формулам двойного угла, так как они выражают синус, косинус, тангенс и котангенс угла  при помощи тригонометрических функций угла α.

**Теоретический материал**

Сегодня мы узнаем формулы, позволяющие нам по известным значениям ;  находить ; ; . Их называют формулы половинного аргумента.

Повторим формулу косинуса двойного аргумента **.**

А если учесть, что и , то получим ещё две формулы, которые нам сегодня понадобятся:

и 

Пример. а) Найти , если .

Вычислим  по формуле 

б) Найти , если .

Вычислим  по формуле .

* Запишем формулу косинуса двойного аргумента в виде  и заменим х на . Тогда получим:, учтём, что

, получаем





**(1)**формула **синуса половинного аргумента.**

Запишем формулу косинуса двойного угла, где  в виде





**(2)**формула **косинуса половинного угла.**

По формулам (1) и (2) можно найти  или , если известны значения  и положение угла , т.е. в какой координатной четверти он находится, чтобы определить знак выражения  или .

Эти формулы ещё имеют название «формулы понижения степени», так как в левой части находится вторая степень синуса и косинуса, а в правой – первая, т.е. степень понизилась. Но будьте внимательны: степень понижается, а аргумент удваивается.

Например, .

**Пример.**Известно, что . Найдите  ; ; 

1) найдём по формуле: ; .

По условию . Разделив обе части неравенства на 2, получаем , значит угол  во второй четверти, здесь синус положительный. .

2) ; найдём по формуле , 

Мы уже выяснили, что угол  во второй четверти, косинус отрицательный. 

3) Так как тангенс это отношение синуса на косинус, то 

* Выведем формулу для тангенса половинного аргумента. Для этого разделим левую часть формулы (1) на левую часть формулы (2) и правую часть формулы (1) на правую часть формулы (2).

 сократим на 2 , и учитывая, что , получим:

 формула тангенса половинного аргумента (3).

Так как котангенс это число, взаимообратное тангенсу, то ****

**Пример.** Найти  и , если известно, что  и .

По формуле (3) находим , а  Найдём положение угла 

По условию ,( разделим на 2)

, угол  в первой четверти, тангенс положительный, , а .

* Выведем формулу, по которой можно найти через .

Для этого используем формулу синуса двойного угла , заменив в ней х на . Получаем , учтём, что , то

, разделим числитель и знаменатель на , получаем:

**(4)**

* Выведем формулу для  через . Применим формулу косинуса двойного угла, где  ,  , разделим числитель и знаменатель на , получаем:

**(5)**

**Пример.** Найти , если .

По формуле (5) .

* Если в формуле тангенса двойного угла  представить , то получим ещё одну формулу, по которой тангенс угла  можно найти через тангенс угла : **tg****=**

С помощью доказанных на этом уроке формул можно не только вычислять значения выражений, но и упрощать выражения, доказывать тождества и решать тригонометрических уравнений.

**Пример.** Доказать тождество .

Представим , а , преобразуем левую часть тождества

, но , то



Левая часть равна правой части, тождество доказано.

**ДЗ Примеры и разбор решения заданий**

**№1.**Известно, что и . Найдите  ; ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) cos 2)

в) tg 3) 

г) ctg 4)3

5) 

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента и определение тангенса и котангенса.

**№2**. Известно, что . Найти ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3) 

г) ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента.

**№3.**Вычислите 

Ответ:12.

Подсказка: используйте формулу синуса двойного угла, где .

**№4.**Известно, что , Найти ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3) 

г) ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента, зависимость синуса от косинуса, определения тангенса и котангенса.

**№5.**Вычислите .

Ответ: 0,5.

Подсказка: используйте формулу половинного аргумента.

**№6.** Известно, что. Найти ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3)- 

г)  ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента, определения тангенса и котангенса.

**№7**. Вычислите и установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а) ; 1)

б) ; 2)

в) ; 3) 0,25

Ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а | б | в |
| 1 | 2 | 3 |

Подсказка: используйте формулу синуса и косинуса двойного угла, где .

**№8.**Упростите выражения и установите соответствие между множествами выражений А и В:

А В

а); 1)

б); 2)

в) ; 3) 

Ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а | б | в |
| 1 | 2 | 3 |

Подсказка: используйте формулу синуса и косинуса двойного угла, где  и определение тангенса.

**№9\*.**Упростите выражение .

Выберите правильный ответ:1)2)3)2.

Ответ:2)

Подсказка: используйте формулу синуса двойного угла, где .

**№10\*.** Известно, что . Найти ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3) 

г)  ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента, зависимость синуса от косинуса, определения тангенса и котангенса.

**№11\*.**Вычислите .

Ответ:1,5.

Подсказка: используйте формулы синуса двойного угла, где ; квадрата суммы и основное тригонометрическое тождество.

**№12\*.**Известно, что , Найти ; 

Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3) 

г)  ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулы половинного аргумента, зависимость синуса от косинуса, определения тангенса и котангенса.

**№13\*.**Вычислите. Установите соответствие между множествами значений А и В:

А В

а)  1)

б) ; 2)

в)  3) 

г) ; 4)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используйте формулу синуса и косинуса двойного угла, где  и определение тангенса и котангенса.

**№14**\*.Решите уравнения  и выберите верный ответ:

1); 2);3) 

Ответ: 2)

Подсказка: используйте формулу половинного аргумента, разделив предварительно обе части уравнения на 2.

**Проверочная работа:**

**№1.**

а) Известно, что , ,

Вычислите и установите соответствие между множествами А и В:

А В

а) ; 1)

б) cos; 2)

в) ; 3) 

г) ; 4)

5)2

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используй формулы половинного аргумента и определение тангенса и котангенса.

б) Известно, что , ,

Вычислите и установите соответствие между множествами А и В:

А В

а) ; 1)

б) cos; 2)

в) ; 3) 

г) ; 4)

5)

Ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а | б | в | г |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

Подсказка: используй формулы половинного аргумента и определение тангенса и котангенса.

**№2**.Вычислите: а); б)

Ответ: а) 5; б) 6

Подсказка: используйте формулу тангенса двойного угла, где  .

**№3.**

а)Упростите выражение: 

Выберите верный ответ:1)

Ответ: 1)

б) Упростите выражение: 

Выберите верный ответ:1)

Ответ: 1)

Подсказка: используйте определение тангенса и котангенса, основное тригонометрическое тождество, формулу синуса и косинуса двойного угла, где  .