# II. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА, ЕЕ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

## 2.1. Случайная величина, способы ее задания

***Случайной*** называется величина, которая в результате испытания может принять то или иное числовое значение, причем заранее неизвестно, какое именно.

Если для какой- либо величины ее измерение повторять многократно в практически одинаковых условиях, то обнаружится, что всякий раз получаются несколько отличные друг от друга результаты. Это складывается влияние причин двух видов: 1) основных, определяющих главное значение результата; 2) второстепенных, обуславливающих их расхождение.

При совместном действии этих причин понятия необходимости и случайности оказываются тесно связанными между собой, но необходимое преобладает над случайным.

Таким образом, возможные значения случайных величин принадлежат некоторым числовым множествам.

Случайным является то, что на этих множествах величины могут принять любое значение, но какое именно, заранее сказать нельзя.

Случайная величина связана со случайным событием.

Если случайное событие - ***качественная характеристика*** испытаний, то случайная величина - его ***количественная характеристика***.

Случайные величины обозначают заглавными латинскими буквами  а их значение – прописными- .

Вероятность того, что случайная величина  примет значение  обозначают:

 и т.д.

Случайные величины задают законами распределения.

***Закон распределения случайной величины*** - это соответствие, установленное между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Законы распределения могут быть заданы тремя способами: табличным, графическим, аналитическим. Способ задания зависит от типа случайной величины.

Различают два основных типа случайных величин: ***дискретные и непрерывно распределенные случайные величины.***

## 2.2. Дискретная и непрерывная случайные величины

 Если значения, которые может принимать данная случайная величина , образует дискретный (конечный или бесконечный) ряд чисел  то и сама случайная величина  называется ***дискретной.***

Если же значения, которые может принимать данная случайная величина , заполняют конечный или бесконечный промежуток (а, в) числовой оси *Ох,* то случайная величина называется ***непрерывной.***

Каждому значению случайной величины дискретного типа  отвечает определенная вероятность ; каждому промежутку (а, в) из области значений случайной величины непрерывного типа также отвечает определенная вероятность того, что значение, принятое случайной величиной, попадает в этот промежуток.

## 2.3. Закон распределения случайной величины

Соотношение, устанавливающее тем или иным способом связь между возможными значениями случайной величины и их вероятностями, называется ***законом распределения*** случайной величины.

Закон распределения дискретной случайной величины обычно задается ***рядом распределения:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | … |  |
|  |  |  |  | … |  |

При этом , где суммирование распространяется на все (конечное или бесконечное) множество возможных значений данной случайной величины .

Закон распределения непрерывной случайной величины удобно задавать с помощью ***функции плотности вероятности*** .

Вероятность того, что значение, принятое случайной величиной , попадет в промежуток (а, в), определяется равенством

.

График функции называется ***кривой распределения***. Геометрически вероятность попадания случайной величины в промежуток (а, в) равна площади соответствующей криволинейной трапеции, ограниченной кривой распределения, осью *Ох* и прямыми *х=а, х=в.*



0

*а*

*в*



**Задача 1.** Даны вероятности значений случайной величины : значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2 – вероятность 0,4; значение 8 – вероятность 0,1; значение 4 – вероятность 0,2. Построить ряд распределения случайной величины .

**Решение.** Расположив значения случайной величины в возрастающем порядке, получим ряд распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 4 | 8 | 10 |
|  | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,3 |

Возьмем на плоскости *хОр* точки (2; 0,4), (4; 0,2), (8; 0,1) и (10; 0,3). Соединив последовательные точки прямолинейными отрезками, получим ***многоугольник*** (или ***полигон***) распределения случайной величины 



*х*

 **Задача 2.** Разыгрываются две вещи стоимостью по 5000 руб и одна вещь стоимостью 30000 руб. Составить закон распределения выигрышей для человека, купившего один билет из 50.

Решение. Искомая случайная величина представляет собой выигрыш и может принимать три значения: 0, 5000 и 30000 руб. Первому результату благоприятствует 47 случаев, второму результату - два случая и третьему – один случай. Найдем их вероятности:

; ; .

Закон распределения случайной величины имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 5000 | 30000 |
|  | 0,94 | 0,04 | 0,02 |

В качестве проверки найдем

.

**Задача 3.** Случайная величина подчинена закону распределения с плотностью , причем



Требуется: 1) Найти коэффициент а; 2) построить график распределения плотности ; 3) найти вероятность попадания в промежуток (1; 2).

Решение. 1) Так как все значения данной случайной величины заключены на отрезке [0; 3], то

, откуда

, или

, т.е. .

2) Графиком функции в интервале [0; 3] является парабола , а вне этого интервала графиком служит сама ось абсцисс.



*х*

3) Вероятность попадания случайной величины в промежуток (1; 2) найдется из равенства

.

## 2.4. Биномиальное распределение

Пусть производится определенное число *n* независимых опытов, причем в каждом из них с одной и той же вероятностью может наступить некоторое событие *Р*. Рассмотрим случайную величину , представляющую собой число наступлений событий *A* в *n* опытах. Закон ее распределения имеет вид

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения  | 0 | 1 | 2 | … | *n* |
| Вероятности  |  |  |  |  |  |

Где , вычисляется по формуле Бернулли.



Закон распределения, который характеризуется такой таблицей, называется ***биноминальным***.

**Задача.** Монету подбрасывают 5 раз. Составить закон распределения случайной величины - числа выпадения герба.

Решение. Возможны следующие значения случайной величины: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Зная, что вероятность выпадения герба в одном испытании равна , найдем вероятности значений случайной величины  по формуле Бернулли:

;

;

;

;

;

.

Закон распределения имеет вид

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Вероятности  |  |  |  |  |  |  |

Сделаем проверку:

.

**Домашнее задание:**

1. Изучить материал лекции и составить краткий конспект.
2. Решить задачи:

**Задача** **1**. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

**Задача** 2. Компьютер состоит из трех независимо работающих элементов: системного блока, монитора и клавиатуры. При однократном резком повышении напряжения вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Исходя из распределения Бернулли составить закон распределения числа отказавших элементов при скачке напряжения в сети.