# III. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ И ДИСПЕРСИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

## 3.1. Математическое ожидание дискретной случайной величины

* 1. Наиболее исчерпывающей характеристикой случайной величины является ее закон распределения вероятностей. Однако не всегда обязательно знать весь закон распределения. Иногда можно обойтись одним или несколькими числами, отражающими наиболее важные особенности закона распределения, например, числом, имеющим смысл «среднего значения» случайной величины, или же числом, показывающим средний размер отклонения случайной величины от своего среднего значения. Такого рода числа называются ***числовыми характеристиками*** случайной величины. Оперируя числовыми характеристиками, можно решать многие задачи, не пользуясь законом распределения.

Одна из самых важных числовых характеристик случайной величины есть математическое ожидание.

Если известна дискретная случайная величина , закон распределения которой имеет вид

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения  |  |  | … |  |
| Вероятности  |  |  | … |  |

то ***математическим ожиданием*** (или средним значением) дискретной величины  называется число

.

Таким образом, математическое ожидание дискретной случайной величины  равно сумме произведений возможных значений этой величины на их вероятности.

**Пример 1**. Найти математическое ожидание случайной величины , зная закон ее распределения

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 0,2 | 0,1 | 0,25 | 0,15 | 0,3 |

Решение.

.

Свойства математического ожидания.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:



1. Математическое ожидание постоянной величины *С* равно самой этой величине:



1. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ожиданий:

.

1. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин:

.

## 3.2. Среднее квадратичное отклонение и дисперсия случайной величины.

**Пример 2.** Найдем математическое ожидание случайных величин  и , зная законы их распределения

1)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -8 | -4 | -1 | 1 | 3 | 7 |
|  |  |  |  |  |  |  |

2)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Решение:

,

.

Получили любопытный результат: законы распределения величин и разные, а их математические ожидания одинаковы.

a)



б)

Из рисунка *б* видно, что значение величины более сосредоточены около математического ожидания , чем значения величины , которые разбросаны (рассеяны) относительно ее математического ожидания (рисунок *а*).

Основной числовой характеристикой степени рассеяния значений случайной величины  относительно ее математического ожидания является дисперсия, которая обозначается через .

**Определение.** ***Отклонением*** называется разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием , т.е. .

Отклонениеи его квадрат также являются случайными величинами.

**Определение.** ***Дисперсией дискретной*** случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения:

.

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины *С* равна 0:

.

1. Если - случайная величина, а *С* – постоянная, то



.

1. Если  и - независимые случайные величины, то

.

**Для вычисления дисперсий более удобной является формула:**

.

**Пример 3.** Дискретная случайная величина распределена по закону:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 |
|  | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |

Найти .

Решение. Сначала находим .

,

а затем .

.

По формуле  имеем

.

***Средним квадратичным отклонением случайной величины*** называется корень квадратный из ее дисперсии:

.

**Домашнее задание:**

1. **Написать конспект;**
2. **Решить задачу:**

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины Х, если закон ее распределения задан таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| р | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |